УДК 519.251.5

АЛГОРИТМ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ

В.Г. Букреев, Ю.И. Параев, А.М. Шамин, А.К. Чащин

Томский политехнический университет
E-mail: vbuk@yandex.ru

Описывается процедура идентификации параметров объекта управления, основанная на применении функции чувствительности. Предлагается алгоритм локальной оптимизации, позволяющий идентифицировать неизвестные параметры из условия минимизации квадратичного критерия невязки наблюдаемых переменных и оценки состояния на дискретных интервалах времени. Рассматривается пример алгоритма идентификации для определения динамического и статического моментов электропривода постоянного тока.

Введение

Жесткие требования к качественным показателям процесса движения многих технологических объектов определяют необходимость применения адаптивного управления исполнительными электромеханическими системами. Для синтеза адаптивной системы управления часто используется эталонная модель электромеханического объекта, которая предполагает достаточно точное знание его параметров [1]. При этом практический интерес представляет собой задача идентификации параметров электромеханического объекта, изменяющихся детерминированным образом в пределах области ограниченных значений. В теории идентификации параметров детерминированных систем значительное место занимают методы идентификации, основанные на применении функции чувствительности [2]. Это объясняется следующими свойствами методов: во-первых, они имеют достаточно быструю сходимость процедур идентификации; во-вторых, высокую точность результатов и самым определяющим фактором является их универсальность. Данные методы применимы как к линейным системам, так и к сложным нелинейным системам уравнений, описывающим поведение реального объекта в пространстве состояний.

Постановка задачи

В следящих электромеханических системах возникает задача оценки, с последующей компенсацией, влияния на характеристики регулируемого процесса таких параметров исполнительных приводов, как динамический и статический моменты механической нагрузки. Одним из вариантов решения такой задачи является включение в контур управления идентификатора параметров [1, 3, 4]. Кроме того, современные цифровые системы управления электромеханическими объектами позволяют расширить математическое обеспечение и использовать более эффективные алгоритмы идентификации неконтролируемых параметров в режиме реального времени.

Рассмотрим алгоритм идентификации на примере электромеханического объекта – электропривода постоянного тока с упругой механической связью, параметры которой изменяются неизвестным образом в определенных пределах. Динамика электропривода с полупроводниковым преобразователем и двухмассовым механическим звеном может быть описана системой дифференциальных уравнений [3, 4]:

$$
\begin{aligned}
&(T_n p+1)e_n = k_y k_n u_y,\\
&(T_я p+1)M = \frac{1}{R_я \cdot k_д}\left(e_n - \frac{1}{k_д}\cdot\omega_1\right),\\
&J_1\frac{d\omega_1}{dt} = M - M_{12} - M_{c1},\\
&J_2\frac{d\omega_2}{dt} = M_{12} - M_{c2},\\
&M_{12} = c_{12}(\phi_1 - \phi_2),
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

где k_y, k_n – коэффициенты передачи усилителя и преобразователя; T_n – электромагнитная постоянная времени преобразователя; e_n – выходное на-

пряжение преобразователя; u_y – управляющее воздействие (выходной сигнал регулятора); $T_я$ – электромагнитная постоянная времени якорной цепи; M – электромагнитный момент двигателя; $R_я$ – активное сопротивление якоря двигателя; $k_д$ – конструктивный коэффициент двигателя; J_1, J_2 – моменты инерции двигателя и механической нагрузки; ω_1, ω_2 – угловые частоты вращения вала двигателя и механической нагрузки; M_{12} – упругий момент кинематической цепи; M_{c1}, M_{c2} – момент сопротивления на валу двигателя и механической нагрузки; c_{12} – коэффициент упругости кинематической цепи; ϕ_1, ϕ_2 – углы поворота вала двигателя и механической нагрузки.

Для данного объекта в качестве переменных состояния принимаются: напряжение $e_п$, моменты M, M_{c1}, M_{c2}. Предполагается, что измеряемыми переменными является полный вектор состояния, а входными воздействиями – выходной сигнал u_y регулятора, моменты M_{c1} и M_{c2}. Вследствие нестабильности механической нагрузки необходимо идентифицировать значения следующих параметров и переменных: моменты инерции J_1 и J_2, моменты сопротивления M_{c1} и M_{c2}.

Систему ур. (1) приведём к нормальному виду с учетом следующих обозначений:

$$a_{11} = -\frac{1}{T_п};\ a_{21} = \frac{k_д\beta}{T_я};\ a_{22} = -\frac{1}{T_я};$$

$$a_{23} = -\frac{\beta}{T_я};\ a_{32} = \frac{1}{J_1};\ a_{34} = -\frac{1}{J_1};$$

$$a_{43} = c_{12};\ a_{45} = -c_{12};\ a_{54} = \frac{1}{J_2};$$

$$b_{11} = \frac{k_y k_п}{T_п};\ b_{32} = -\frac{1}{J_1};\ b_{53} = -\frac{1}{J_2};\ \beta = \frac{1}{R_я k^2_д}.$$

В результате запишем:

$$\dot{x}_1 = \dot{e}_п = -\frac{1}{T_п}e_п + \frac{k_y k_п}{T_п}u_y = a_{11}x_1 + b_{11}u_1,$$

$$\dot{x}_2 = \dot{M} = -\frac{1}{T_я}M + \frac{k_д\beta}{T_я}e_п - $$

$$-\frac{\beta}{T_я}\omega_1 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3,$$

$$\dot{x}_3 = \dot{\omega}_1 = \frac{1}{J_1}M - \frac{1}{J_1}M_{12} - $$

$$-\frac{1}{J_1}M_{c1} = a_{32}x_2 + a_{34}x_4 + b_{32}u_2,$$

$$\dot{x}_4 = \dot{M}_{12} = c_{12}\omega_1 - c_{12}\omega_2 = a_{43}x_3 + a_{45}x_5, \quad (2)$$

$$\dot{x}_5 = \dot{\omega}_2 = \frac{1}{J_2}M_{12} - \frac{1}{J_2}M_{c2} = a_{54}x_4 + b_{53}u_3.$$

Таким образом, рассматриваемый электропривод, имеющий несколько входов и выходов, является многомерной линейной системой (2). Для упрощения его математического описания удобно воспользоваться моделью в векторно-матричной форме. При этом n переменных состояния заменяются одной обобщённой переменной – вектором состояния X, а r входных переменных – вектором входов U. Тогда система уравнений (2) представляется уравнением в векторно-матричной форме

$$\dot{X}(t) = A(\Theta)X(t) + B(\Theta)U(t),\ t \in [t_0, T], \quad (3)$$

где

$$A(\Theta) = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 \\ 0 & \theta_1 & 0 & -\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & a_{43} & 0 & a_{45} \\ 0 & 0 & 0 & \theta_2 & 0 \end{bmatrix},\ B(\Theta) = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\theta_1\theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\theta_2\theta_4 \end{bmatrix},$$

$$U(t) = \begin{bmatrix} u_y \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},\ X(t) = \begin{bmatrix} e_п \\ M \\ \omega_1 \\ M_{12} \\ \omega_2 \end{bmatrix},\ \Theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{bmatrix},$$

Θ – вектор неизвестных параметров:

$$\theta_1 \doteq \frac{1}{J_1},\ \ \theta_2 \doteq \frac{1}{J_2},\ \ \theta_3 \doteq M_{c1},\ \ \theta_4 \doteq M_{c2}.$$

Синтез алгоритма идентификации

Задача идентификации неизвестных параметров заключается в следующем: по известным наблюдениям $Z(t)=X(t)$, $t\in[t_0,T]$ определить оценку вектора значений Θ, минимизируя критерий $J(\Theta)\to\min\limits_{\Theta}$ качества в пространстве параметров $\dot{\Theta}$. Решение подобных задач рассматривалось в работах [5–7].

В случае полной информации с выхода объекта $Z(t)=X(t)$, $t\in[t_0,T]$ критерий качества идентификации параметров выбирается в виде:

$$J(\Theta) = \int_{t_0}^{T}(Z(t) - X(t,\Theta))^T(Z(t) - X(t,\Theta))dt, \quad (4)$$
$$\Theta = (\theta_1,\ldots,\theta_4)^T.$$

При подстановке решения ур. (3) в (4), критерий качества является нелинейной функцией от вектора неизвестных параметров Θ, и минимизация критерия (4) приведёт к системе нелинейных уравнений относительно Θ. Очевидно, что решение системы нелинейных уравнений будет представлять значительные трудности. Для решения задачи целесообразно представить $X(t,\Theta)$ в окрестности равновесного состояния $X(t,\widehat{\Theta}^0)$, которое является решением уравнения

$$\dot{X}(t,\widehat{\Theta}^0) = A(\widehat{\Theta}^0)X(t,\widehat{\Theta}^0) + B(\widehat{\Theta}^0)U(t),$$
$$X(t_0,\widehat{\Theta}^0) = X(t_0).$$

Ограничимся двумя членами разложения

$$X(t,\Theta) \approx X(t,\widehat{\Theta}^0) + \left.\frac{\partial X}{\partial\Theta}\right|_{\Theta=\widehat{\Theta}^0}(\widehat{\Theta}^1 - \widehat{\Theta}^0), \quad (5)$$

где $\widehat{\Theta}^1-\widehat{\Theta}^0\doteq\Delta\widehat{\Theta}^0$; $\widehat{\Theta}^0$ – нулевое приближение; $\widehat{\Theta}^1$ – оценка вектора неизвестных параметров, полученная на первой итерации; частная производная

$\left.\frac{\partial X(t,\Theta)}{\partial\Theta}\right|_{\Theta=\hat{\Theta}^k}$ называется функцией чувствительности параметров и обозначается как $\omega(t,\hat{\Theta}^k)$, где k – номер итерации процесса идентификации. При этом переменные $X(t,\hat{\Theta}^0)$, $\omega(t,\hat{\Theta}^0)$ удовлетворяют следующим уравнениям (при k=0):

$$\dot{X}(t,\hat{\Theta}^k) = A(\hat{\Theta}^k)X(t,\hat{\Theta}^k) + B(\hat{\Theta}^k)U(t),$$
$$X(t_k,\hat{\Theta}^k) = X_k,$$
$$\dot{\omega}(t,\hat{\Theta}^k) = \left.\frac{\partial A(\Theta)}{\partial\Theta}\right|_{\Theta=\hat{\Theta}^k} X(t,\hat{\Theta}^k) +$$
$$+A(\hat{\Theta}^k)\omega(t,\hat{\Theta}^k) + \left.\frac{\partial B(\Theta)}{\partial\Theta}\right|_{\Theta=\hat{\Theta}^k} U(t), \qquad (6)$$
$$\omega(t_k,\hat{\Theta}^k) = 0.$$

При подстановке (5) в (4) критерий качества принимает вид

$$J(\hat{\Theta}^0) = \int_{t_0}^{T} (Z(t) - X(t,\hat{\Theta}^0) - \omega(t,\hat{\Theta}^0)\Delta\hat{\Theta}^0)^T \times$$
$$\times(Z(t) - X(t,\hat{\Theta}^0) - \omega(t,\hat{\Theta}^0)\Delta\hat{\Theta}^0)\, dt. \qquad (7)$$

Необходимое условие минимума функции (7) по $\Delta\hat{\Theta}^0$ примет вид

$$\int_{t_0}^{T} \omega(t,\hat{\Theta}^0)^T \omega(t,\hat{\Theta}^0)dt \cdot \Delta\hat{\Theta}^0 =$$
$$= \int_{t_0}^{T} \omega(t,\hat{\Theta}^0)^T (Z - X(t,\hat{\Theta}^0))\, dt.$$

В результате решения данной алгебраической системы определяется приращение $\Delta\hat{\Theta}^0$.

На основе вышеприведённых формул можно построить следующую итерационную процедуру. Пусть на k-ой итерации получено значение оценки вектора параметров $\hat{\Theta}^k$. Тогда решение $X(t,\Theta)$ можно разложить в окрестности $X(t,\hat{\Theta}^k)$:

$$X(t,\Theta) \approx X(t,\hat{\Theta}^k) + \omega(t,\hat{\Theta}^k)(t,\hat{\Theta}^k)\Delta\hat{\Theta}^k, \qquad (8)$$

где $X(t,\hat{\Theta}^k)$, $\omega(t,\hat{\Theta}^k)$ удовлетворяют ур. (6).

Подставив (8) в критерий (4) и, минимизируя его по $\Delta\hat{\Theta}^k$, получим следующую алгебраическую систему

$$\int_{t_0}^{T} \omega(t,\hat{\Theta}^k)^T \omega(t,\hat{\Theta}^k)dt \cdot \Delta\hat{\Theta}^k =$$
$$-\int_{t_0}^{T} \omega^T(t,\hat{\Theta}^k)(Z - X(t,\hat{\Theta}^k))\, dt.$$

Обозначая

$$\Phi = \int_{t_0}^{T} \omega^T(t,\hat{\Theta}^k)\omega(t,\hat{\Theta}^k)dt, \Psi =$$
$$= \int_{t_0}^{T} \omega^T(t,\hat{\Theta}^k)(Z - X(t,\hat{\Theta}^k))\, dt, \qquad (9)$$

можно записать

$$\Phi\Delta\hat{\Theta}^k = \Psi. \qquad (10)$$

В результате решения системы (10), можно вычислить новое (k+1)-ое приближение идентифицируемых параметров по формуле

$$\hat{\Theta}^{k+1} = \hat{\Theta}^k + \Delta\hat{\Theta}^k. \qquad (11)$$

Пусть выполнено k итераций и получена оценка вектора параметров на k-ом шаге. Тогда на основе вышеприведённых формул можно записать следующий алгоритм:

1. Используя наблюдения $Z(t)$, формируются матрицы Φ и Ψ по формулам (9).
2. Решается алгебраическая система (10) для нахождения приращения $\Delta\hat{\Theta}^k$.
3. Вычисляется следующая (k+1)-ая оценка вектора идентифицируемых параметров по формуле (11).

Рассмотрим модификацию описанного метода идентификации на основе функции чувствительности, называемую методом локальной оптимизации. Для того чтобы не запоминать всю реализацию $Z(t)$, можно минимизировать критерий качества (4) последовательно во времени. С этой целью на интервале времени $[t_0, T]$ построим равномерную сетку с узлами $t_k = t_0 + k \cdot \frac{T - t_0}{N}, k = \overline{0, N}$. Критерий качества (4) представим в виде суммы

$$J = \sum_{k=0}^{N-1} J_k, \quad \text{где} \quad J_k = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \left\| Z(t) - X(t,\Theta) \right\|^2 dt.$$

При этом последовательность векторов оценок $\hat{\Theta}^0$, $\hat{\Theta}^1$, $\hat{\Theta}^N$ формируется следующим образом. Вектор оценок $\hat{\Theta}^{k+1}$ находится по формуле $\hat{\Theta}^{k+1}=\hat{\Theta}^k+\Delta\hat{\Theta}^{k+1}$, $k=\overline{0,N-1}$, $\hat{\Theta}^0$ – нулевое приближение. Приращение $\Delta\hat{\Theta}^k$ определяем из условия минимума критерия $J_k \to \min_{\Delta\theta^k}$. Подставим в критерий J_k значения вектора $X(t,\Theta)$ в виде

$$X(t,\Theta) \approx X(t,\hat{\Theta}^k) + \left.\frac{\partial X(t,\Theta)}{\partial\Theta}\right|_{\Theta=\hat{\Theta}^k} \cdot \Delta\hat{\Theta}^k,$$

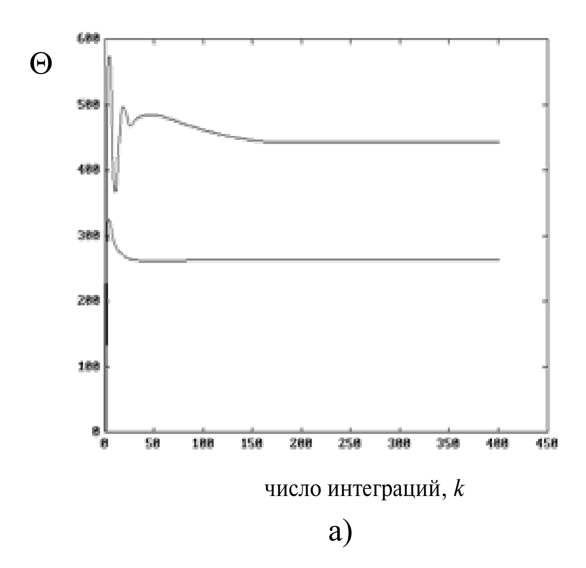
где $X(t,\hat{\Theta}^k)$ и $\omega(t,\hat{\Theta}^k) = \left.\frac{\partial X(t,\Theta)}{\partial\Theta}\right|_{\Theta=\hat{\Theta}^k}$ удовлетворяют ур. (6).

Минимизируя критерий J_k по значениям $\Delta\hat{\Theta}^k$, получим:

$$\int_{t_k}^{t_{k+1}} \omega(t,\hat{\Theta}^k)^T \omega(t,\hat{\Theta}^k)dt \cdot \Delta\hat{\Theta}^k =$$
$$= \int_{t_k}^{t_{k+1}} \omega^T(t,\hat{\Theta}^k)(Z - X(t,\hat{\Theta}^k))\, dt.$$

Из данной алгебраической системы определяется приращение $\Delta\hat{\Theta}^k$.

Введём следующие обозначения:



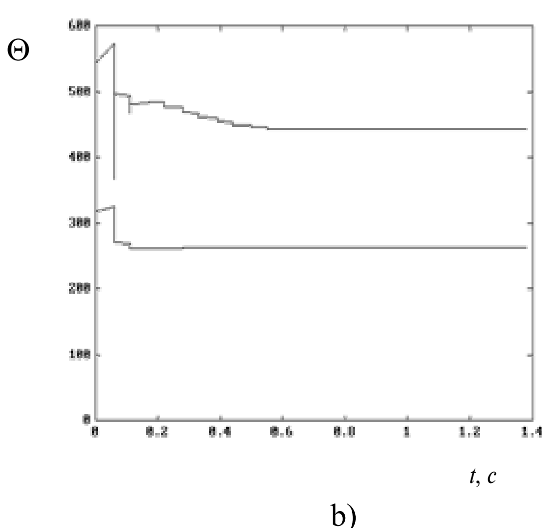


Рисунок. *Изменение значений оценок параметров Θ_1 Θ_2: а) с увеличением числа итераций и b) с течением времени*

$$\Sigma = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \omega^T(t,\hat{\Theta}^k)\omega(t,\hat{\Theta}^k)dt,$$

$$\Omega = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \omega^T(t,\hat{\Theta}^k)\Big(Z - X(t,\hat{\Theta}^k)\Big)\,dt. \qquad (12)$$

Пусть выполнено k итераций и получена оценка вектора $\Delta\hat{\Theta}^k$ параметров на k-ом шаге. С учётом обозначения

$$\Sigma\Delta\hat{\Theta}^k = \Omega., \qquad (13)$$

алгоритм идентификации будет заключаться в следующем.

1. Используя наблюдения $Z(t)$, формируем матрицы Σ и Ω по формулам (12).
2. Решается алгебраическая система (13) для нахождения приращения $\Delta\hat{\Theta}^k$.
3. Вычисляется следующая (k+1)-ая оценка вектора параметров по формуле (11).

Результаты моделирования

В качестве примера моделирования рассмотрим алгоритм локальной оптимизации. На рисунке приведены результаты идентификации параметров Θ_1, Θ_2. Известны истинные значения параметров: $\Theta_1^{ист}$=454,545, $\Theta_2^{ист}$=263,157 (т.к. $J_1^{ист}$=0,0022 и $J_2^{ист}$=0,0038 соответственно). В результате работы алгоритма получены следующие значения: Θ_1=454,449, Θ_2=263,8 (J_1=0,0022 и J_2=0,00379 соответственно).

Выводы

Анализ результатов моделирования отражает асимптотический характер изменения значений оцениваемых параметров. Сходимость параметров к истинным значениям осуществляется за сравнительно короткое время. Разработанный алгоритм можно использовать при построении адаптивных систем управления сложными электромеханическими объектами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фрадков А.Л. Адаптивное управление в сложных системах. – М.: Наука, 1980. – 323 с.
2. Розенвассер Е.Н., Юсупов Р.М. Чувствительность систем управления. – М.: Наука, 1981. – 464 с.
3. Букреев В.Г., Параев Ю.И. Адаптивные регуляторы в дискретных системах управления сложными электромеханическими объектами. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2000. – 278 с.
4. Черноруцкий Г.С., Сибрин А.П., Жабреев В.С. Следящие системы автоматических манипуляторов. – М.: Наука, 1987. – 272 с.
5. Макаров В.А., Цветницкая С.А. Численное исследование процесса идентификации на основе функций чувствительности // Оптимизация систем управления и фильтрации. – Томск: Изд-во Томского ун-та, 1977. – С. 111–119.
6. Paraev Y.I., Tsvetnitskaya S.A. Linear system parameters and state estimation // Second IFAC Symp. on Stochastic. – USSR. Vilnus, 1986. – P. 185–188.
7. А.с. 1534429 СССР. МКИ G05B 13/02. Система идентификации параметров линейных объектов / Ю.И. Параев, С.А. Цветницкая. – Опубл. 07.01.1990, Бюл. № 1.